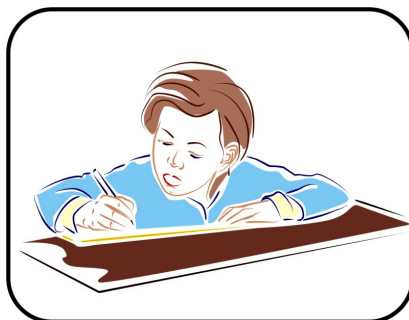


ELEKTŘINA A MAGNETIZMUS

Řešené úlohy a postupy: Faradayův zákon

Peter Dourmashkin

© MIT 2006, překlad: Jan Pacák (2007)



Obsah

7. FARADAYŮV ZÁKON	2
7.1 ÚKOLY	2
7.2 ALGORITMUS PRO ŘEŠENÍ ÚLOH FARADAYOVÝM ZÁKONEM	2
P ÚLOHA 1: PADAJÍCÍ SMYČKA	2
Q OTÁZKA 1: RYCHLOST	3
Q OTÁZKA 2: TOK	3
Q OTÁZKA 3: ČASOVÁ ZMĚNA TOKU	3
Q OTÁZKA 4: PROUD	3
Q OTÁZKA 5: LENZŮV ZÁKON	3
Q OTÁZKA 6: PROUD	3
Q OTÁZKA 7: SÍLY PŮSOBÍCÍ NA SMYČKU	3
Q OTÁZKA 8: ROVNOVÁŽNÁ RYCHLOST	3
Q OTÁZKA 9: ROVNOVÁŽNÁ RYCHLOST OBECNĚ	4
Q OTÁZKA 10: ROVNOVÁŽNÁ RYCHLOST – SROVNÁNÍ	4
Ř ŘEŠENÍ ÚLOHY 1: PADAJÍCÍ SMYČKA	4
A OTÁZKA 1: RYCHLOST	4
A OTÁZKA 2: TOK	4
A OTÁZKA 3: ČASOVÁ ZMĚNA TOKU	4
A OTÁZKA 4: PROUD	4
A OTÁZKA 5: LENZŮV ZÁKON	4
A OTÁZKA 6: PROUD	4
A OTÁZKA 7: SÍLY PŮSOBÍCÍ NA SMYČKU	4
A OTÁZKA 8: ROVNOVÁŽNÁ RYCHLOST	5
A OTÁZKA 9: ROVNOVÁŽNÁ RYCHLOST OBECNĚ	5
A OTÁZKA 10: ROVNOVÁŽNÁ RYCHLOST – SROVNÁNÍ	5

7. Faradayův zákon

7.1 Úkoly

- Prozkoumejte zadanou úlohu, ve které může dojít ke změně toku magnetického pole otevřenou smyčkou.
- Spočítejte časovou změnu magnetického toku smyčkou v zadané úloze.
- Určete směr oběhu proudu v zadané smyčce použitím Lenzova zákona.
- Určete síly působící na vodiče proudu, zjistěte, jak tyto síly ovlivňují dynamiku úlohy.

7.2 Algoritmus pro řešení úloh Faradayovým zákonem

V kapitole 10 jsme si ukázali, že měnící se tok magnetického pole indukuje elektromotorické napětí

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt}.$$

Vodičem, který tvoří uzavřenou smyčku tak teče proud $I = |\mathcal{E}|/R$, kde R je odpor smyčky. Následující kroky vedou k výpočtu velikosti a směru proudu:

- Pro uzavřenou smyčku o ploše A zvolíme kladný směr, definujeme velikost a směr vektoru \mathbf{A} . Pro určení směru použijeme pravidla pravé ruky – prsty míří v kladném směru obíhání a palec ukazuje směr vektoru. Spočítáme tok magnetického pole

$$\phi = \begin{cases} \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} & (\mathbf{B} \text{ je homogenní}) \\ \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} & (\mathbf{B} \text{ je nehomogenní}) \end{cases}$$

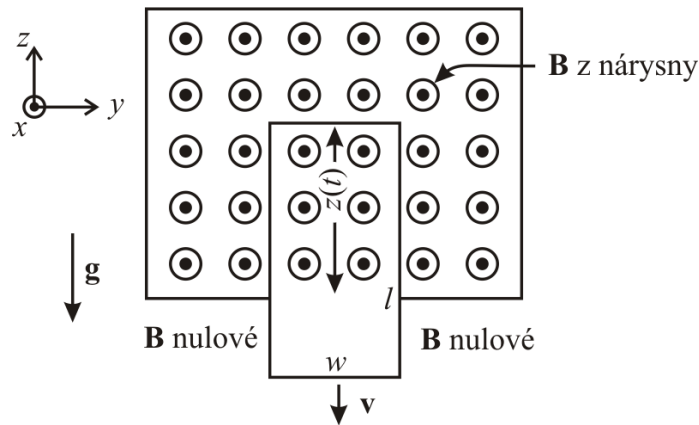
- Spočítáme časovou změnu magnetického toku $d\phi/dt$. Změna může nastat třemi způsoby:
 - Změnou indukce magnetického pole $dB/dt \neq 0$.
 - Změnou plochy smyčky v magnetickém poli $dA/dt \neq 0$.
 - Změnou orientace smyčky v magnetickém poli $d\theta/dt \neq 0$.

Určíme znaménko $d\phi/dt$.

- Indukované elektromotorické napětí je opačné, než změna $d\phi/dt$. Směr proudu pak určíme z Lenzova zákona, viz Kapitola 10.2.2. (pokud napětí vyjde kladné, proud se pohybuje ve zvoleném kladném směru, pokud napětí vyjde záporné, proud teče ve směru opačném ke kladně zvolené orientaci).

P Úloha 1: Padající smyčka

Obdélníková smyčka o hmotnosti m , šířce w , délce l a odporu R v gravitačním poli padá do oblasti homogenního magnetického pole $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{x}}$. Vně této oblasti (viz obrázek) není žádné magnetické pole. V čase, kdy je smyčka zachycena na obrázku, se pohybuje rychlostí $\mathbf{v}(t) = v(t)\hat{\mathbf{z}}$, kde $v(t) < 0$ protože se smyčka pohybuje dolů. Předpokládejte, že vzdálenost vrchní strany smyčky od kraje magnetického pole, je v čase t rovna $z(t)$ (viz obrázek).



Q Otázka 1: Rychlost

Jaký je vztah mezi $v(t)$ a $z(t)$? Dejte si pozor na znaménka, velikost $z(t)$ s časem klesá.

Q Otázka 2: Tok

Pokud definujeme směr vektoru \mathbf{A} tak, aby mířil z nárysny, spočítejte tok magnetického pole ϕ smyčkou v čase t . Při vyjadřování toku buďte opatrní, tok není konstantní po celé ploše smyčky.

Q Otázka 3: Časová změna toku

Spočítejte $d\phi/dt$. Jaké je znaménko u časové změny toku v čase t ?

Q Otázka 4: Proud

Pokud je $d\phi/dt < 0$ ($\mathcal{E} > 0$), tak indukovaný proud obíhá ve směru orientace ploch \mathbf{A} a obráceně. Jaký je tedy směr indukovaného proudu z otázky 3?

Q Otázka 5: Lenzův zákon

Dle Lenzova zákona indukovaný proud působí proti změně, která jej vyvolala. Jaký je směr magnetické indukce pole, které vytvořil naindukovaný proud (míří z nebo do nárysny)? Je to ve směru toku magnetického pole, které se mění?

Q Otázka 6: Proud

Spočítejte velikost proudu tekoucího zobrazenou smyčkou (použijte $I = |\mathcal{E}|/R$).

Q Otázka 7: Síly působící na smyčku

Které další síly kromě gravitace na smyčku působí ve směru $\pm \hat{\mathbf{z}}$? Spočítejte směr i velikost této síly (náповěda: $d\mathbf{F} = Id\mathbf{s} \times \mathbf{B}$).

Q Otázka 8: Rovnovážná rychlost

Předpokládejte, že smyčka se již pohybuje „rovnovážnou“ rychlostí a tedy dále už nezrychluje. Jaká je „rovnovážná rychlost“ pro zvolenou konfiguraci?

Q Otázka 9: Rovnovážná rychlost obecně

Jaký můžeme obecně zapsat vztah pro rovnovážnou rychlost – tedy děj, kdy potenciální energie smyčky se kompletně přemění na Jouleovo teplo a přestane se zvyšovat kinetická energie (použijte vztahu pro výkon $P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$)?

Q Otázka 10: Rovnovážná rychlost – srovnání

Ukažte, že rovnovážná rychlost odvozená v 8. a 9. otázce jsou si rovny. Můžete využít výsledku z otázky 6.

R Řešení úlohy 1: Padající smyčka

A Otázka 1: Rychlost

$$v(t) = \frac{d}{dt} z(t).$$

A Otázka 2: Tok

$$\phi = z(t)Bw.$$

A Otázka 3: Časová změna toku

$$\frac{d}{dt} \phi = \frac{d}{dt} z(t)Bw = Bwv(t).$$

Časová změna toku magnetického pole je záporná, protože rychlost $v(t) < 0$.

A Otázka 4: Proud

Proud teče proti směru hodinových ručiček.

A Otázka 5: Lenzův zákon

Pole bude mířit z nárýsny, je to ve stejném směru, jako je tok magnetického pole smyčkou, je to proto, že tok pole smyčkou s časem klesá.

A Otázka 6: Proud

$$I = \left| \frac{Bwv(t)}{R} \right|.$$

A Otázka 7: Síly působící na smyčku

Na smyčku v magnetickém poli působí síla pouze na horní stranu, její velikost je $F = w l B$. Síla působí i na boční strany, součet těchto sil je však nulový.

A Otázka 8: Rovnovážná rychlost

Celková síla působící na smyčku je $F = w l B - Mg$, aby se neměnila rychlost smyčky, musí tato síla být nulová, tedy $I = \frac{Mg}{wB}$. Z řešení 6. otázky můžeme použít vztah pro proud

a spočítat rychlost $v = -\frac{Rmg}{(Bw)^2}$, kdy znaménko mínus indikuje pohyb směrem dolů.

A Otázka 9: Rovnovážná rychlost obecně

Výkon, kterou gravitační pole urychluje smyčku, se musí rovnat Jouleovu teplu:

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = -mg\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{v} = -mgv = I^2 R.$$

A Otázka 10: Rovnovážná rychlost – srovnání

Levá strana:

$$-mgv = mg \frac{Rmg}{(Bw)^2} = \left(\frac{mg}{Bw}\right)^2 R.$$

Pravá strana:

$$I^2 R = \left(\frac{mg}{Bw}\right)^2 R.$$

Levá i pravá strana jsou si rovny.