

1 Test

1.1 Matematická část

1. Z dané rovnice vyjádřete komplexní číslo z ve tvaru $z = a + bi$

$$(5 - i)z - \bar{z}(1 + i) = 12 \quad (1)$$

2. Řešte v \mathbf{R} nerovnici

$$|x - 3| - |x - 1| \leq 1. \quad (2)$$

3. Řešte v \mathbf{R} rovnici

$$4\sqrt{8 - x} - \sqrt{6x + 150} = 0 \quad (3)$$

4. Řešte v \mathbf{R} rovnici

$$\log\sqrt{x + 2} - \log 2 = -\log\sqrt{x - 1} \quad (4)$$

5. Určete všechna řešení rovnice

$$3 \sin^2 x + \cos^2 x = 2 + \sin x \quad (5)$$

6. Určete rovnici tečny a normály k parabole $y = x^2 + 13 - 8x$, víte-li, že tečna je rovnoběžná s přímkou $y = -4x$. Určete bod dotyku.

7. Určete definiční obor funkce a vypočtěte její derivaci v libovolném bodě (pokud existuje)

$$f(x) = \ln [\ln (\ln x)] \quad (6)$$

1.2 Fyzikální část

1. Při poklesu otáček z 20 Hz na 12 Hz dodal setrvačnick energii 360 kJ. Určete jeho moment setrvačnosti.
2. Raketa hmotnosti 2500 kg vystoupila do výšky 4000 m nad zemský povrch. Vypočítejte práci, kterou musely vykonat rektové motory. Předpokládejte, že se raketa pohybovala v homogenním poli o velikosti intenzity $9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.
3. Napište rovnici vlnění o frekvenci 1 kHz, s amplitudou výchylky 0,3 mm, která postupuje rychlostí $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vektor rychlosti šíření vlnění je orientován nesouhlasně s kladnou osou x .
4. Kopací míč byl vykopnut z povrchu hřiště po úhlem 45° a dopadl na jeho povrch ve vzdálenosti 40 m od místa výkopnutí. Jak velká byla jeho počáteční rychlost? Do jaké maximální výšky přitom vystoupil? Odpor prostředí zanedbejte.
5. Deskový kondenzátor byl ve vakuu nabit na napětí $U_0 = 3000 \text{ V}$. Poté byla mezi desky vložena vrstva dielektrika, které zcela vyplnila prostor mezi deskami, a napětí na kondenzátoru pokleslo na $U_1 = 1000 \text{ V}$. Určete permitivitu dielektrika. Permitivita vakua je $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.
6. Na přímí vodič délky $l = 40 \text{ cm}$, jímž protéká proud $I = 10 \text{ A}$, působí v homogenním magnetickém poli indukce $B = 0,06 \text{ T}$ síla $F = 0,2 \text{ N}$. Určete úhel α mezi směrem proudu a indukčními čarami.
7. Jak se změní objem ideálního plynu, jestliže se jeho termodynamická teplota zvětší o 80 % a tlak se zmenší o 60 %.

1.3 Řešení

1.3.1 Matematická část

1. $z = 3 + i$

2. $x \in \langle \frac{3}{2}, \infty \rangle$

3. $x = -1$

4. $x = 2$

5. $x_1 = 2k\pi - \frac{\pi}{6}, x_2 = 2k\pi - \frac{5\pi}{6}, x_3 = 2k\pi + \frac{\pi}{2}; \forall k \in \mathbf{Z}$

6. $t : y = -4x + 9, n : y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$, tečný bod $[2, 1]$

7. $D : x > e; f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x \cdot \ln(\ln x)}$

1.3.2 Fyzikální část

1. $J = 71, 2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

2. $W = 9, 8 \cdot 10^7 \text{ J}$

3. $y = 3 \cdot 10^{-4} \sin \left(2\pi \cdot 10^3 \left(t + \frac{x}{340} \right) \right)$

4. $v_0 = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, h_{\max} = 10 \text{ m}$

5. $\varepsilon = 2, 65 \cdot 10^{-11} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

6. $\alpha = 56^\circ$

7. zvětší se 4,5 krát