

15. Kinetická a potenciální energie, konzervativní silové pole, zákon zachování mechanické energie.

1 Kinetická energie

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P dt = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \vec{v} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{dt} \vec{v} dt = \int_{t_1}^{t_2} m \frac{d\vec{v}}{dt} \vec{v} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) dt = \int_{v_1}^{v_2} 1 \cdot d \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (1)$$

Lze ukázat, že

$$\frac{d\vec{v}}{dt} \vec{v} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\vec{v} \cdot \vec{v}) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (v^2) \quad (2)$$

Kinetickou energii potom definujeme jako

$$W_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad (3)$$

2 Konzervativní silové pole

Konzervativní síly – např. síly pružnosti, elektrostatické síly, tlakové síly v tekutinách.

Mezi konzervativní silová pole patří všechna homogenní silová pole (ve všech bodech působí na hmotný bod síla stejné velikosti a směru) a všechna centrální silová pole (síly směřují do jednoho centra nebo z něj vychází).

V konzervativním silovém poli (potenciálovém silovém poli) platí pro integrál podél uzavřené křivky C

$$\oint_C \vec{F} d\vec{r} = 0 \quad (4)$$

Velikost práce konaná konzervativní silou závisí pouze na počátečním a koncovém bodě trajektorie (je nezávislá na trajektorii).

Práce konaná nekonzervativní (disipativní) silou, např. třecí silou, závisí na volbě trajektorie.

3 Potenciální energie

Pro konzervativní sílu \vec{F} můžeme definovat potenciální energii W_p jako práci, kterou vykoná síla $-\vec{F}$, působící proti konzervativní síle, po trajektorii ze vztažného bodu B s nulovou potenciální energií do bodu K , v němž potenciální energii určíme

$$W_p = - \int_{C_{BK}} \vec{F} d\vec{r} \quad (5)$$

Konkrétně pro homogenní tíhové pole

$$W_p = - \int_{C_{BK}} \vec{F}_G \cdot d\vec{r} = m g (h_K - h_B) \quad (6)$$

pokud je definována pro bod B nulová hladina potenciální energie a h_K položíme rovno h dostáváme známý vztah

$$W_p = m g h \quad (7)$$

4 Zákon zachování mechanické energie

Působí-li v izolované soustavě pouze konzervativní interakční síly, mění se kinetické a potenciální energie tak, že jejich součet je konstantní.

$$W_m = W_k + W_p \quad (8)$$

Součet kinetické a potenciální energie nazveme mechanickou energií soustavy W_m (mechanická energie zůstává zachována, jinak řečeno konzervována, odtud název konzervativní pole).